



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第一册 RJA



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



长江出版传媒
崇文书局

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE

3.1 椭圆

3.1.1 椭圆及其标准方程

第1课时 椭圆及其标准方程

第2课时 轨迹问题

3.1.2 椭圆的简单几何性质

第1课时 椭圆的简单几何性质

第2课时 直线与椭圆的位置关系

第3课时 直线与椭圆的综合应用

滚动习题(五) [范围 3.1]

3.3 抛物线

3.3.1 抛物线及其标准方程

3.3.2 抛物线的简单几何性质

第1课时 抛物线的简单几何性质

第2课时 直线与抛物线的位置关系

拓展微课(二) 抛物线焦点弦的性质

拓展微课(三) 圆锥曲线的综合问题

滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 两条直线的平行问题

例1 根据下列条件，判断直线 l_1 与直线 l_2 是否平行或重合.

(1) l_1 经过点 $A(2,1), B(-3,5)$, l_2 经过点 $C(3,-3), D(8,-7)$;

(2) l_1 的倾斜角为 60° , l_2 经过点 $M(3, 2\sqrt{3})$, $N(-2, -3\sqrt{3})$;

(3) l_1 平行于 y 轴, l_2 经过点 $P(0, -2), Q(0, 5)$.

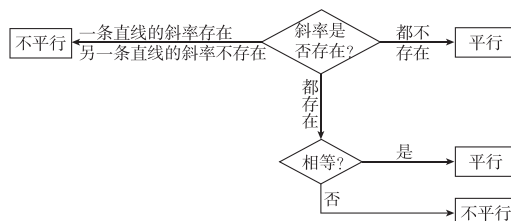
变式 (1) [2025·厦门一中高二月考] 已知直线 l_1 过点 $A(1, 2)$, 且一个方向向量为 $\mathbf{a}_1 = (k, 2)$, 直线 l_2 过点 $B(2, 1)$, 且一个方向向量为 $\mathbf{a}_2 = (1 - \frac{k}{2}, k)$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $k =$ ()

- A. -2
B. 1
C. -2 或 1
D. 0 或 2

(2) 已知 $A(1, 2), B(5, 0), C(3, 4)$, 若 A, B, C, D 可以构成平行四边形, 求点 D 的坐标.

[素养小结]

判断两条不重合的直线是否平行有两种方法: 一种是利用两条直线的方向向量, 另一种是利用两条直线的斜率. 利用两条直线的斜率判断两条直线是否平行的方法如下:



拓展 若一束光线从点 $P(0, 1)$ 发出, 射到 x 轴上的 A 点后反射, 反射光线所在的直线与一条斜率为 2 的直线平行, 则点 A 的坐标为 _____.

03

本章总结提升精选典型题和高考题, 提前对接高考

◆ 题型一 圆锥曲线的标准方程与定义

[类型总述] (1) 焦点三角形问题; (2) 涉及焦点、准线、离心率、圆锥曲线上的点中的三者, 常用定义解决问题; (3) 求轨迹问题、最值问题、曲线方程.

例 1 (1) [2023 · 天津卷] 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 作其中一条渐近线的垂线, 垂足为 P . 已知 $|PF_2| = 2$, 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

(2) [2024 · 新课标 II 卷] 已知曲线 $C: x^2 + y^2 = 16 (y > 0)$, 从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线 PP' , P' 为垂足, 则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 (y > 0)$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 (y > 0)$
C. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1 (y > 0)$ D. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{8} = 1 (y > 0)$

◆ 题型三 直线与圆锥曲线的位置关系

[类型总述] (1) 弦的垂直平分线问题; (2) 弦长的计算问题; (3) 位置关系问题.

例 4 (1) 动圆 M 经过原点, 且与直线 $x = -2$ 相切, 记圆心 M 的轨迹为 C , 直线 $y = \sqrt{2}x$ 与 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

04

科学分层设置作业, 注重难易比例分配, 兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 过两点 $(1, 1), (2, -1)$ 的直线方程为 ()
A. $2x - y - 1 = 0$ B. $x - 2y + 3 = 0$
C. $2x + y - 3 = 0$ D. $x + 2y - 3 = 0$

综合提升

10. [2025 · 广东五校高二联考] 过点 $(\frac{1}{3}, 1)$ 作直线 l , 则满足在两坐标轴上的截距之积为 2 的直线 l 的条数为 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

思维探索

15. (多选题) 已知点 $M(-1, 1), N(2, 1)$, 且点 P 在直线 $l: x + y + 2 = 0$ 上, 则 ()
A. 存在点 P , 使得 $PM \perp PN$
B. 存在点 P , 使得 $2|PM| = |PN|$
C. $|PM| + |PN|$ 的最小值为 $\sqrt{29}$
D. 若 $P(a, b)$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 2

05

精选试题, 穿插设置滚动习题, 无缝对接阶段性复习巩固

I 滚动习题 (六)

范围 3.2~3.3

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2} = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$, 则此双曲线的离心率 $e =$ ()
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、多项选择题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

7. 已知 F 为抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, A 为抛物线上的一点, $|AF| = 2$, 则下列说法正确的是 ()
A. 焦点为 $F(1, 0)$
B. 准线方程为 $y = -1$
C. 点 A 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, -2)$
D. 以 AF 为直径的圆与抛物线的准线相切

三、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

9. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线被圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 2, 则该双曲线的实轴长为 _____.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) (1) 在平面直角坐标系中, 求与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有公共渐近线, 且经过点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 的双曲线的标准方程.
(2) 求经过点 $P(-2, -4)$ 的抛物线的标准方程.

CONTENTS



01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE	
1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其线性运算	001
1.1.2 空间向量的数量积运算	003
1.2 空间向量基本定理	005
滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	007
1.3 空间向量及其运算的坐标表示	009
1.3.1 空间直角坐标系	009
1.3.2 空间向量运算的坐标表示	009
1.4 空间向量的应用	011
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系	011
第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示	011
第2课时 空间中直线、平面的平行	013
第3课时 空间中直线、平面的垂直	015
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题	017
第1课时 用空间向量研究距离问题	017
第2课时 用空间向量研究夹角问题	020
滚动习题(二) [范围 1.3~1.4]	023

02 第二章 直线和圆的方程

PART TWO	
2.1 直线的倾斜角与斜率	025
2.1.1 倾斜角与斜率	025
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定	027
2.2 直线的方程	029
2.2.1 直线的点斜式方程	029
2.2.2 直线的两点式方程	031
2.2.3 直线的一般式方程	033
2.3 直线的交点坐标与距离公式	035
2.3.1 两条直线的交点坐标	035
2.3.2 两点间的距离公式	035
2.3.3 点到直线的距离公式	037
2.3.4 两条平行直线间的距离	037
滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	039

2.4 圆的方程	041
2.4.1 圆的标准方程	041
2.4.2 圆的一般方程	043
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系	045
2.5.1 直线与圆的位置关系(A)	045
2.5.1 直线与圆的位置关系(B)	047
2.5.2 圆与圆的位置关系	049
滚动习题(四) [范围 2.4~2.5]	051

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE	
3.1 椭圆	053
3.1.1 椭圆及其标准方程	053
第1课时 椭圆及其标准方程	053
第2课时 轨迹问题	055
3.1.2 椭圆的简单几何性质	057
第1课时 椭圆的简单几何性质	057
第2课时 直线与椭圆的位置关系	059
第3课时 直线与椭圆的综合应用	062
滚动习题(五) [范围 3.1]	064
3.2 双曲线	066
3.2.1 双曲线及其标准方程	066
3.2.2 双曲线的简单几何性质	068
第1课时 双曲线的简单几何性质	068
第2课时 直线与双曲线的综合应用	070
拓展微课(一) 圆锥曲线的离心率	072
3.3 抛物线	073
3.3.1 抛物线及其标准方程	073
3.3.2 抛物线的简单几何性质	075
第1课时 抛物线的简单几何性质	075
第2课时 直线与抛物线的位置关系	077
拓展微课(二) 抛物线焦点弦的性质	079
拓展微课(三) 圆锥曲线的综合问题	080
滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]	081

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P083~P138]

■ 导学案 [另附分册 P139~P280]

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三)A [第三章]	卷 05
单元素养测评卷(三)B [第三章]	卷 07
模块素养测评卷	卷 09
参考答案	卷 11

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

基础巩固

1. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 任意向量与它的相反向量不相等
- B. 和平面向量类似,任意两个空间向量都不能比较大小
- C. 如果 $|\mathbf{a}|=0$,那么 $\mathbf{a}=\mathbf{0}$
- D. 两个相等的向量,若起点相同,则终点也相同

2. [2025·湖北华中师大一附中高二期中] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $(\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD})-\overrightarrow{CD}$ 运算的结果为 ()

- A. $\overrightarrow{AC}$
- B. $\overrightarrow{BD}$
- C. $\overrightarrow{AC_1}$
- D. $\overrightarrow{AD_1}$

3. 若空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线,且 $-\mathbf{a}+(3x-y)\mathbf{b}=\mathbf{x}\mathbf{a}+3\mathbf{b}$,则 $xy=$ ()

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 6

4. 已知 O 为空间中任意一点,若四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\frac{3}{5}(\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC})$,则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

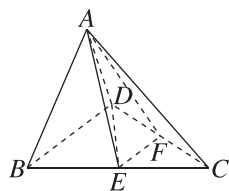
- A. 空间四边形
- B. 平行四边形
- C. 梯形
- D. 矩形

5. [2025·湖南名校联考联合体高二联考] 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间一组不共面的向量,则下列不共面的一组向量为 ()

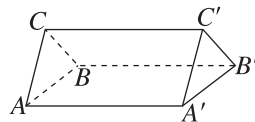
- A. $\mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{b}+\mathbf{c}, \mathbf{c}+\mathbf{a}$
- B. $-\mathbf{a}+\mathbf{c}, -\mathbf{b}-\mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{b}$
- C. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{b}-\mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{c}$
- D. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{c}$

6. (多选题)[2025·安康高二期中] 如图,在四面体 $ABCD$ 中,点 E, F 分别为棱 BC, CD 的中点,则 ()

- A. $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- B. $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$
- C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$
- D. $\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{ED}$



第6题图



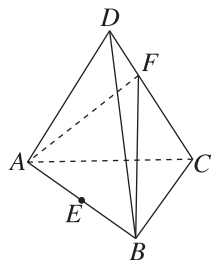
第7题图

7. [2025·河南漯河高级中学高二月考] 如图所示,在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{A'C'}$ 是 _____ 向量, $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{B'A'}$ 是 _____ 向量.(用“相等”“相反”填空)

8. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 化简 $\frac{1}{2}(\mathbf{a}+2\mathbf{b}-3\mathbf{c})+5(\frac{2}{3}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{2}{3}\mathbf{c})-3(\mathbf{a}-2\mathbf{b}+\mathbf{c})=$ _____.

9. (13分)如图,在四面体 $D-ABC$ 中, E 是棱 AB 的中点, F 在棱 CD 上,且 $CF=2FD$. 化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量:

- (1) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}$;
- (2) $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{AC}$;
- (3) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.

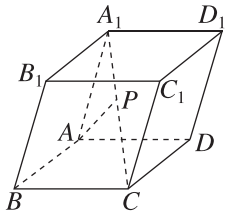


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

综合提升

10. [2025·六安二中高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{c}$, 点 P 在线段 A_1C 上, 且 $A_1P : PC = 3 : 4$, 则 $\overrightarrow{AP} =$ ()

- A. $\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} + \frac{3}{7}\mathbf{c}$
 B. $\frac{4}{7}\mathbf{a} - \frac{3}{7}\mathbf{b} + \frac{3}{7}\mathbf{c}$
 C. $\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} - \frac{3}{7}\mathbf{c}$
 D. $-\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} - \frac{3}{7}\mathbf{c}$



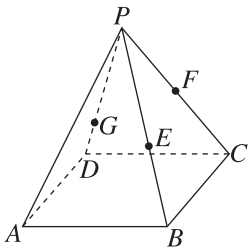
11. [2025·无锡江阴六校高二期中] 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间一组不共面的向量, 设 $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} + 5\mathbf{c}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b} - 2\mathbf{c}$, $\overrightarrow{OC} = k\mathbf{a} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 共面, 则 $k =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

12. (多选题) 已知 O 为平面 ABC 外一点, 则在下列条件中, 不能使空间中四点 M, A, B, C 共面的是 ()

- A. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
 B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
 C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$
 D. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$

13. 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 过点 A 作一个平面分别交棱 PB, PC, PD 于点 E, F, G , 若 $\frac{PE}{PB} = \frac{3}{5}, \frac{PF}{PC} = \frac{1}{2}$,

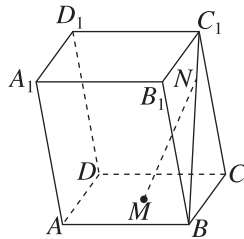


则 $\frac{PG}{PD} =$ _____.

14. (15 分) 如图所示, 已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是平行六面体.

(1) 化简 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ (用 $\overrightarrow{EF}$ 表示), 并点明 E, F 的具体位置;

- (2) 设 M 是底面 $ABCD$ 的中心, N 是侧面 BCC_1B_1 的对角线 BC_1 上一点, 且 $C_1N = \frac{1}{4}C_1B$, 设 $\overrightarrow{MN} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AD} + \gamma\overrightarrow{AA_1}$, 试求 α, β, γ 的值.

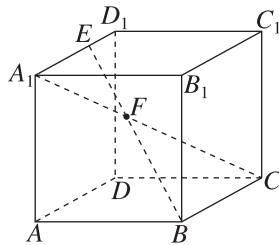


思维探索

15. [2025·福州闽侯一中高二月考] 已知三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 6, M 是空间中一点, $\overrightarrow{PM} = -\frac{1}{15}\overrightarrow{PA} + \frac{2}{15}\overrightarrow{PB} + \frac{4}{15}\overrightarrow{PC}$, 则三棱锥 $A-MBC$ 的体积是 _____.

16. (15 分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 A_1D_1 上, 且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{ED_1}$, F 在体对角线 A_1C 上, 且 $\overrightarrow{A_1F} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 $\overrightarrow{EB}$;
 (2) 求证: E, F, B 三点共线.



1.1.2 空间向量的数量积运算

基础巩固

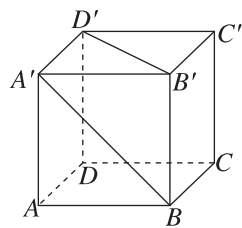
1. 对于空间任意两个非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, “ $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} < 0$ ”是 “ $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle$ 为钝角”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

2. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $AB \perp BD, CD \perp BD, BD=1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{3}$ D. 0

3. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{b}, \overrightarrow{AA_1} = \boldsymbol{c}$, 则 $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) =$ ()
- A. 2 B. 0 C. -1 D. -2

4. 如图, 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $\langle \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D'} \rangle =$ ()
- A. 30° B. 60°
C. 90° D. 120°



5. [2025·湖北云学名校联盟高二联考] 在棱长为 6 的正四面体 $ABCD$ 中, 点 P 与 Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, 且 $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CQ}$, 则 $|\overrightarrow{PQ}|$ 的值为 ()

A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{15}$
C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{19}$

6. (多选题) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , $A_1C \cap AC_1 = O$, 则 ()

A. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$ B. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} = a^2$
C. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BD_1} = a^2$ D. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BO} = a^2$

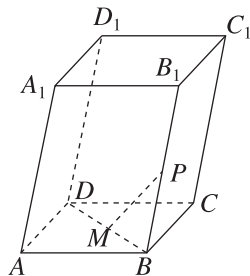
7. 已知空间中不同的四点 A, B, E, C , 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, 则 $\overrightarrow{AB}$ _____ $\overrightarrow{CE}$. (填 “ $\perp$ ” “ $\parallel$ ” 或 “ $=$ ”)

8. [2025·深圳实验学校高二月考] 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, O 是 $\triangle ABC$ 的中心, $PA = AC = 2$, 则 $\overrightarrow{PO} \cdot \overrightarrow{PB} =$ _____.

9. (13 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 侧棱 $AA_1 = 4$, 且 $\angle A_1AD = \angle A_1AB = 60^\circ$, M 为 BD 的中点, P 为 BB_1 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{b}, \overrightarrow{AA_1} = \boldsymbol{c}$.

(1) 用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{PM}$;

(2) 求线段 PM 的长度.



综合提升

10. [2025·南通二中高二月考] 在棱长均为 1 的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AC = \frac{\pi}{3}$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. (多选题) [2025·淄博六中高二月考] 如图, 已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}, \angle BAA_1 = \frac{2\pi}{3},$

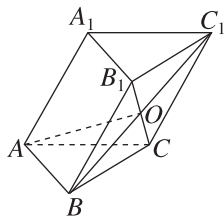
$\angle CAA_1 = \frac{\pi}{3}, AB = AC = 1, AA_1 = 2$, 点 O 是 B_1C 与 BC_1 的交点, 则下列结论正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1})$

B. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{\sqrt{6}}{2}$

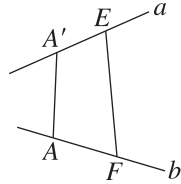
C. $AO \perp BC$

D. 平面 $ABC \perp$ 平面 B_1BCC_1

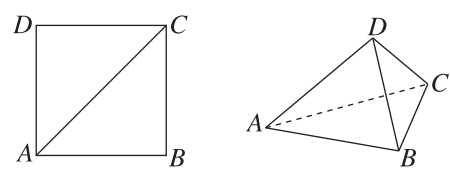


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

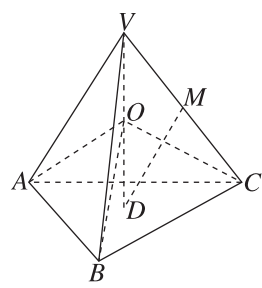
12. [2025·茂名高二期中] 如图, 两条异面直线 a, b 所成的角为 60° , 在直线 a, b 上分别取点 A', E 和 A, F , 使 $AA' \perp a$, 且 $AA' \perp b$. 已知 $AF=2, A'E=1, EF=3$, 则公垂线段 AA' 的长为_____.



13. 如图, 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为_____.

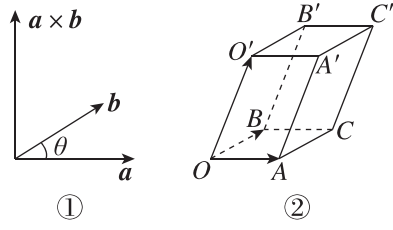


14. (15 分) 如图, 正四面体 $V-ABC$ 的高 VD 的中点为 O , VC 的中点为 M .
 (1) 求证: AO, BO, CO 两两垂直;
 (2) 求 $\langle \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{AO} \rangle$ 的大小.



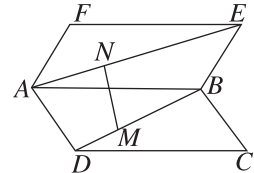
思维探索

15. [2025·郴州高二期中] 已知一对不共线的向量 a, b 的夹角为 θ , 定义 $a \times b$ 为一个向量, 其模为 $|a \times b| = |a| \cdot |b| \sin \theta$, 其方向同时与向量 a, b 垂直, 如图①所示. 在如图②所示的平行六面体 $OACB-O'A'C'B'$ 中, 下列结论错误的是 ()



- A. $S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}|$
- B. 当 $\angle AOB \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} \tan \angle AOB$
- C. 若 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 2, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2$, 则 $|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = \sqrt{3}$
- D. 平行六面体 $OACB-O'A'C'B'$ 的体积 $V = |\overrightarrow{OO'} \cdot (\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB})|$

16. (15 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中, $AB=4, AD=AF=3, \angle DAF = \frac{\pi}{3}, \overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AE}, 0 < \lambda < 1$, 记 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AF} = c$.
 (1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求 MN 与 AE 夹角的余弦值.
 (2) 是否存在 λ 使得 $MN \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



1.2 空间向量基本定理

基础巩固

1. 如图,在平行六面体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中,已知

$$\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c},$$

则用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可表示向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 为

- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$

2. 给出下列命题:

①若 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, $\mathbf{d}$ 与 $\mathbf{c}$ 共线, $\mathbf{d} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}$ 可以构成空间的一个基底;

②若向量 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 与任何向量都不能构成空间的一个基底;

③ A, B, M, N 是空间四点, 如果 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}$ 不能构成空间的一个基底, 那么点 A, B, M, N 共面;

④已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 若 $\mathbf{m} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{m}$ 可以构成空间的一个基底.

其中真命题的个数是

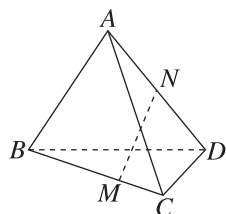
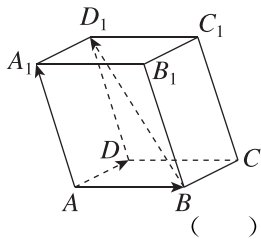
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

3. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \mathbf{c} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{d} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$, 若 $\mathbf{d} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$, 则 x, y, z 的值分别为

- A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

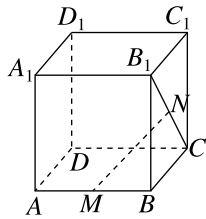
4. 如图,在四面体 $ABCD$ 中,点 M 是棱 BC 上的点,且 $BM = 2MC$, 点 N 是棱 AD 的中点. 若 $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$, 其中 x, y, z 为实数, 则 xyz 的值是

- A. $-\frac{1}{9}$ B. $-\frac{1}{8}$
C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{8}$



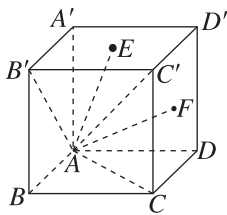
5. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为 AB, B_1C 的中点, 若 $AB = a$, 则 MN 的长为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}a$



6. (多选题)[2025·杭州重点中学高二期中] 如图,已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E, F 分别是上底面 $A'B'C'D'$ 和侧面 $CDD'C'$ 的中心, 则下列结论正确的是

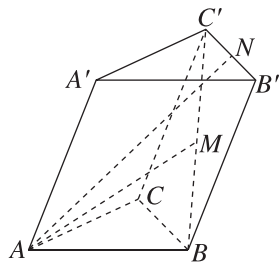
- A. 存在 x , 使得 $\overrightarrow{AC'} = x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'})$
B. 对任意 x, y , 都有 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AA'} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$
C. 存在 x, y , 使得 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AC'} + y\overrightarrow{AC}$ 共面
D. 对任意 x, y , 都有 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AB'} + y\overrightarrow{AC'}$ 共面



7. 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 则可以从向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{c}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{b} - \mathbf{c}$ 中选出三个向量构成空间的一个基底, 请你写出一个不同于 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的基底: _____.

8. 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E 满足 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{DC}$, F 为 BE 的中点, 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$, 则实数 $\lambda =$ _____.

9. (13分) 如图所示,在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 设 $\overrightarrow{AA'} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{c}$, M 是 BC' 的中点, N 是 $B'C'$ 的中点, 用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示以下各向量:
(1) $\overrightarrow{AM}$; (2) $\overrightarrow{AN}$.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

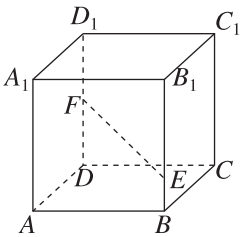
综合提升

10. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上,且 $DF = \frac{1}{2}DD_1$. 记

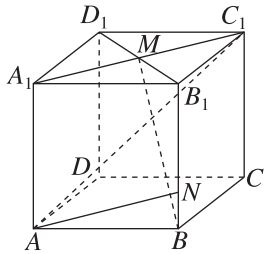
$\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$,若 $x + y + z = \frac{1}{4}$,则

$\frac{BE}{BB_1} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$



第 10 题图

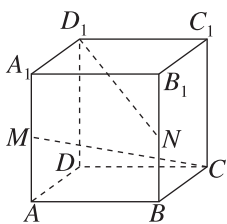


第 11 题图

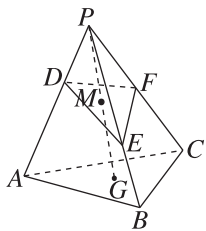
11. (多选题)[2025·石家庄精英中学高二期中] 如图,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = AA_1 = 2$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点. 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则下列说法正确的有 ()

- A. $\overrightarrow{BM} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
 B. $AC_1 = 2\sqrt{6}$
 C. 若 $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BB_1}$, 则 $AN \perp BM$
 D. 以 D 为球心, $\sqrt{7}$ 为半径的球与四边形 BCC_1B_1 的交线长为 $\frac{2}{3}\pi$

12. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 A_1A 和 B_1B 的中点,则异面直线 CM 和 D_1N 所成角的余弦值为 _____.



第 12 题图

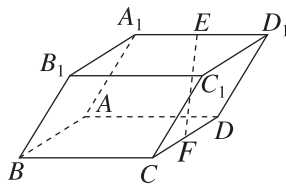


第 13 题图

13. [2025·成都树德中学高二期中] 已知三棱锥 $P-ABC$, 如图所示, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 点 M, F 分别为 PG, PC 的中点, 点 D, E 分别在 PA, PB 上, $\overrightarrow{PD} = m\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PE} = n\overrightarrow{PB}$ ($mn \neq 0$), 若 M, D, E, F 四点共面, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ _____.

14. (15 分) 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 A_1D_1, CD 的中点, 且 $\angle B_1BC = \angle B_1BA = \frac{\pi}{3}$, $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 3, BB_1 = 2$.

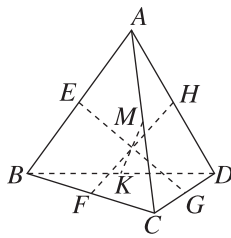
- (1) 求线段 EF 的长度;
 (2) 求异面直线 AD 与 EF 夹角的余弦值.



思维探索

15. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC = AA_1 = 1$, $\Omega = \{P \mid \overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC} + \eta\overrightarrow{AA_1}, 0 \leq \lambda \leq 1, 0 \leq \mu \leq 2, 0 \leq \eta \leq 3\}$, 若 Ω 中所有的点构成的几何体的体积为 3, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 夹角的大小为 _____.

16. (15 分) 如图,在四面体 $A-BCD$ 中, E, F, G, H, K, M 分别为棱 AB, BC, CD, DA, BD, AC 的中点, 且 $EG = FH = KM$, 求证: $AB \perp CD$, $AC \perp BD$, $AD \perp BC$.



滚动习题(一)

范围 1.1~1.2

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题(本大题共6小题,每小题5分,共30分)

1. 下列关于空间向量的说法正确的是 ()

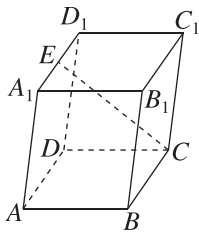
- A. 零向量是任意直线的方向向量
- B. 方向相同的两个向量是相等向量
- C. 空间任意三个向量都可以构成空间的一个基底
- D. 任意两个空间向量都可以通过平移转化为同一平面内的向量

2. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 O , 则下列各结论中正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB_1}-\overrightarrow{OC_1}$ 是一对相反向量
- B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OD_1}$ 是一对相反向量
- C. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OB_1}+\overrightarrow{OC_1}+\overrightarrow{OD_1}$ 是一对相反向量
- D. $\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC_1}-\overrightarrow{OC}$ 是一对相反向量

3. [2025·天津经开区一中高二期中]

如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 A_1D_1 的中点, 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 则 $\overrightarrow{CE}=\quad$ ()



- A. $-\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$
- B. $\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$
- C. $\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$
- D. $\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

4. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都为1, F, G 分别是 AD, DC 的中点, 则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB}=\quad$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 空间中有四个互异的点 A, B, C, D , 已知 $(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$, A, B, C 不共线, 则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

- A. 直角三角形
- B. 等腰直角三角形
- C. 等腰三角形
- D. 无法确定

6. 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内, O 是平面 ABC 外任意一点, 且满足 $\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 x^2+y^2 的最小值为 ()

- A. $\frac{4}{5}$
- B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- C. 1
- D. 2

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

7. [2025·聊城二中高二月考] 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\boldsymbol{p}=2\boldsymbol{x}+3\boldsymbol{y}$, 则 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ 共面
- B. 若 $\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$, 则 M, P, A, B 共面
- C. 若 O 为空间中一点, $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{0}$, 则 A, B, C, D 共面
- D. 若 O 为空间中一点, $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{5}{6}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$, 则 P, A, B, C 共面

8. [2025·河南九师联盟高二期末] 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $AA_1=AB=1$, $\angle A_1AB=\angle A_1AD=60^\circ$, $AC \cap BD=O$, $A_1C_1 \cap B_1D_1=O_1$, 则下列说法正确的是 ()

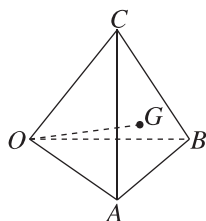
- A. $AC_1=\sqrt{5}$
- B. $\overrightarrow{BO_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$
- C. 四边形 B_1BDD_1 的面积为 $\sqrt{2}$
- D. 若 $\overrightarrow{AM}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AO}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AO_1}-\overrightarrow{AB_1}$, 则点 M 在平面 B_1BDD_1 内

三、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

9. 已知空间的一个基底为 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$, $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{n}=x\boldsymbol{a}-2y\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}$, 且满足 $\boldsymbol{m} \parallel \boldsymbol{n}$, 则 $xy=\quad$.

10. [2025·华东师大二附中高二期中]

如图,在四面体 $OABC$ 中, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $\overrightarrow{OG}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$, 则 $xyz=\quad$.

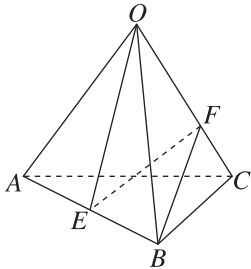


班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

11. [2025·佛山石门中学高二月考] 两条异面直线 a, b 所成的角为 θ , 在直线 a, b 上分别取点 A_1, E 和点 A, F , 使得 $AA_1 \perp a$, 且 $AA_1 \perp b$. 已知 $A_1E = AF = 1, EF = \sqrt{5}, AA_1 = 2$, 则 $\cos \theta =$ _____.

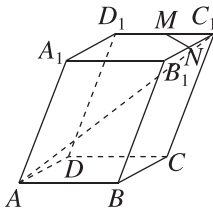
四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) 如图, 四面体 $O-ABC$ 的各条棱长均为 2, E 是 AB 的中点, F 在 OC 上, 且 $\overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{FC}$.
 (1) 用 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$;
 (2) 求向量 $\overrightarrow{OE}$ 与向量 $\overrightarrow{BF}$ 所成角的余弦值.



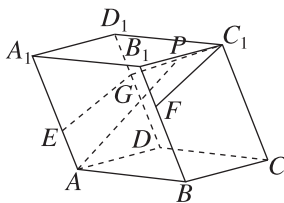
13. (15 分)[2025·厦门二中高二月考] 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, $AC_1 = \sqrt{26}$.

- (1) 求侧棱 AA_1 的长;
 (2) 若 M, N 分别为 D_1C_1, C_1B_1 的中点, 求证: $AC_1 \perp MN$.



14. (15 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别在 A_1A, B_1B, D_1D 上, 且 $A_1E = 2EA, BF = 2FB_1, DG = 2GD_1$.

- (1) 求证: $EG \parallel FC_1$;
 (2) 若底面 $ABCD$ 和侧面 A_1ADD_1 都是正方形, 且二面角 A_1-AD-B 的大小为 120° , $AB = 2, P$ 是 C_1G 的中点, 求 AP 的长度.



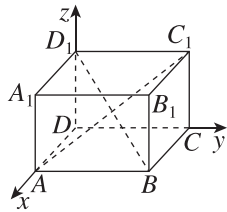
1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础巩固

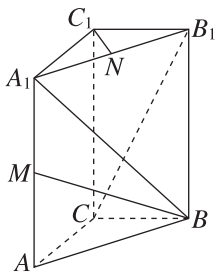
1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知点 $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 0)$, 若点 P 与点 A 关于 Oyz 平面对称, 则 $\overrightarrow{BP} =$ ()
- A. $(-3, 2, 1)$ B. $(-1, 0, 1)$
C. $(-1, 0, -1)$ D. $(3, -2, -1)$
2. [2025 · 广东普宁二中高二月考] 在空间直角坐标系中, 若 $A(1, -1, 3)$, $\overrightarrow{AB} = (5, 0, 2)$, 则点 B 的坐标为 ()
- A. $(-4, -1, 1)$ B. $(6, -1, 5)$
C. $(4, 1, -1)$ D. $(6, -1, -1)$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(3, 2, 6)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 7, 1)$, 则 AB 边上的中线长为 ()
- A. $\sqrt{42}$ B. 6
C. $4\sqrt{2}$ D. 7
4. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, $BC=1$, $AA_1=3$, 已知向量 $\boldsymbol{a} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AA_1}$. 若分别以 $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DD_1}$ 的方向为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向建立空间直角坐标系, 则 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为 ()
- A. $(2, 1, -3)$ B. $(-1, 2, -3)$
C. $(1, -8, 9)$ D. $(-1, 8, -9)$
5. 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()
- A. 3, 1 B. $4, -\frac{5}{2}$
C. 3, -1 D. 1, 1
6. (多选题)[2025 · 湖北部分名校高二期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(1, 3, -5)$, $B(-2, 1, 1)$, 下列结论正确的是 ()
- A. $|\overrightarrow{AB}| = 7$
B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$
C. 若 $\boldsymbol{n} = (4, 2, t)$, 则当 $t = \frac{8}{3}$ 时, $\boldsymbol{n} \perp \overrightarrow{AB}$
D. 若 $\boldsymbol{m} = (1, 1, k)$, 则当 $k = -3$ 时, $\boldsymbol{m} \parallel \overrightarrow{AB}$
7. 在空间直角坐标系中, 点 $P(1, a, b)$ 与点 $Q(c, -2, 4)$ 关于原点对称, 则 $abc =$ _____.
8. [2025 · 山东名校考试联盟高二期中] 如图, 在长方体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以点 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在的直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系, 若向量 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 $(-4, 3, 2)$, 则向量 $\overrightarrow{D_1B}$ 的坐标为 _____.
9. (13 分)[2025 · 黄石六中高二月考] 已知 $\boldsymbol{a} = (x, 1, 1)$, $\boldsymbol{b} = (1, y, 1)$, $\boldsymbol{c} = (2, -4, 2)$, $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{b} \parallel \boldsymbol{c}$.
- (1) 求 x, y 的值;
- (2) 求 $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}|$.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

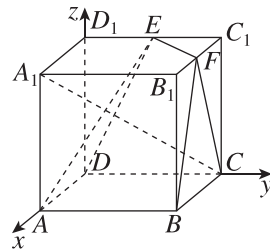
综合提升

10. 设 $y \in \mathbf{R}$, 则点 $P(1, y, 2)$ 的集合为 ()
- A. 垂直于 Ozx 平面的一条直线
B. 平行于 Ozx 平面的一条直线
C. 垂直于 y 轴的一个平面
D. 平行于 y 轴的一个平面
11. (多选题) 已知空间四点 $O(0, 0, 0), A(0, 1, 2), B(2, 0, -1), C(3, 2, 1)$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -2$
B. 以 OA, OB 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$
C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$
D. O, A, B, C 四点共面
12. 已知点 $A(1, 2, 1), B(3, 3, 2), C(\lambda + 1, 4, 3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为 _____.
13. [2025 · 山东百师联盟高二期中] 在空间直角坐标系中, 点 $A(-1, 1, 3)$, 点 $B(4, -5, 7)$, 点 $C(1, 0, 2)$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CA}$ 上的投影向量的坐标为 _____.
14. (15 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB=1, \angle BCA=90^\circ, AA_1=2, M, N$ 分别是 A_1A, A_1B_1 的中点.
- (1) 求线段 BM 的长;
(2) 求 $\cos \langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$ 的值;
(3) 求证: $A_1B \perp C_1N$.



思维探索

15. 如图, 正三棱锥 $P-ABC$ 中, 三条侧棱 PA, PB, PC 两两垂直且相等, $PA=2, M$ 为 PC 的中点, N 为平面 ABC 内一动点, 则 $NM+NP$ 的最小值为 _____.
16. (15 分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点, 建立空间直角坐标系 $Dxyz$. 已知点 D_1 的坐标为 $(0, 0, 2)$, E 为棱 D_1C_1 上的动点, F 为棱 B_1C_1 上的动点, 且 $(\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CF}) \perp (\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CF})$, 是否存在点 E, F , 使得 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{A_1C} = 0$? 若存在, 求出 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



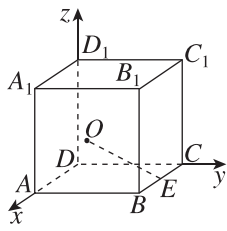
1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

基础巩固

1. [2025·郑州外国语学校高二期] 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为平面 A_1ABB_1 的中心, E 为 BC 的中点. 以 D 为原点, 建立如图所示的空间直角坐标系, 则直线 OE 的一个方向向量 $u =$ ()



- A. $(-1, 1, 1)$ B. $(-1, 1, -1)$
C. $(-1, 2, 1)$ D. $(-1, 2, -1)$

2. 在空间直角坐标系中, 坐标平面 Oyz 的一个法向量可以是 ()

- A. $n = (0, 0, 1)$ B. $n = (0, 1, 0)$
C. $n = (1, 0, 0)$ D. $n = (1, 1, 1)$

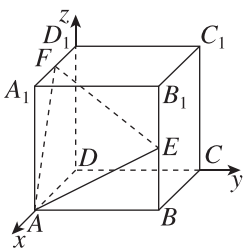
3. [2025·广安二中高二月考] 已知直线 l 的一个方向向量 $m = (2, -1, 3)$, 且直线 l 过点 $A(0, a, 3)$ 和 $B(-1, 2, b)$ 两点, 则 $a + b =$ ()

- A. 0 B. 1
C. $\frac{3}{2}$ D. 3

4. [2025·泰安高二期中] 已知点 $P(1, 2, 3)$ 沿着向量 $v = (-1, 2, 2)$ 的方向移动到点 Q , 且 $|\overrightarrow{PQ}| = 6$, 则点 Q 的坐标为 ()

- A. $(0, 0, -1)$ B. $(3, -2, -1)$
C. $(-1, 6, 7)$ D. $(-2, 4, 4)$

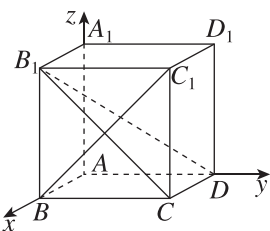
5. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点建立空间直角坐标系, E 为 BB_1 的中点, F 为 A_1D_1 的中点, 则下列向量中, 能作为平面 AEF 的法向量的是 ()



- A. $(1, -2, 4)$ B. $(-4, 1, -2)$
C. $(2, -2, 1)$ D. $(1, 2, -2)$

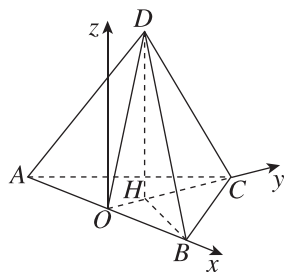
6. (多选题) 在如图所示的空间直角坐标系中, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是1, 下列结论正确的是 ()

- A. 直线 DD_1 的一个方向向量为 $(0, 0, 1)$
B. 直线 BC_1 的一个方向向量为 $(0, 1, 1)$
C. 平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $(0, 1, 0)$
D. 平面 B_1CD 的一个法向量为 $(1, 1, 1)$



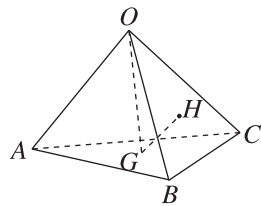
7. 已知 $\overrightarrow{AB} = (m, -2, 1)$, 若直线 AB 的一个方向向量为 $(1, 2, -1)$, 则 $m =$ _____.

8. 如图, 放置于空间直角坐标系中的棱长为2的正四面体 $A-BCD$ 中, H 是底面中心, $DH \perp$ 平面 ABC , 写出:



- (1) 直线 BC 的一个方向向量: _____;
(2) 直线 OD 的一个方向向量: _____;
(3) 平面 BHD 的一个法向量: _____.

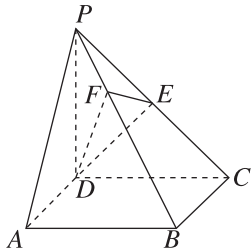
9. (13分) 如图所示, 在四面体 $O-ABC$ 中, G, H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b, \overrightarrow{OC} = c$, 以 $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, 求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

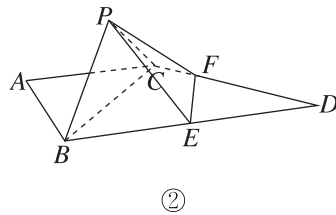
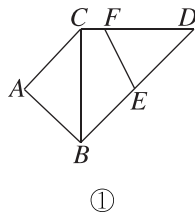
综合提升

10. [2025·泉州高二期中] 在空间直角坐标系中, 已知 $A(2,0,0), B(0,2,0), C(0,0,2)$, 则下列在平面 ABC 内的点为 ()
- A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ B. $(2,0,2)$
C. $(1,2,0)$ D. $(2,2,2)$
11. (多选题) [2025·海口实验中学高二期中] 已知空间中的三点 $A(0,1,0), B(2,2,0), C(-1,3,1)$, 则下列说法错误的是 ()
- A. $\overrightarrow{AC}$ 不是直线 AB 的一个方向向量
B. 直线 AB 的一个单位方向向量是 $(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}, 0)$
C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$
D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1, -2, 5)$
12. 已知 $A(0, 2, \frac{19}{8}), B(1, -1, \frac{5}{8}), C(-2, 1, \frac{5}{8})$, 设平面 ABC 的法向量为 $\mathbf{a} = (x, y, z)$, 则 $x : y : z =$ _____.
13. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$, 且平面 α 过点 $A(0, 3, 1)$. 若 $P(x, y, z)$ 是平面 α 内的任意一点, 则点 P 的坐标满足的方程是 _____.
14. (15 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = AD = DC$, 底面 $ABCD$ 为正方形, E 为棱 PC 的中点, 点 F 在棱 PB 上, 问当点 F 在何位置时, $\overrightarrow{PB}$ 为平面 DEF 的一个法向量?



思维探索

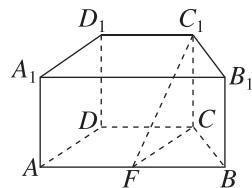
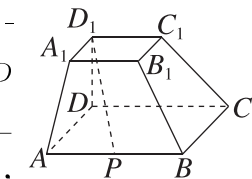
15. [2025·成都树德中学高二期中] 给出下面的材料: 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\mathbf{m} = (a, b, c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个方向向量为 $\mathbf{n} = (u, v, w) (uvw \neq 0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x-x_0}{u} = \frac{y-y_0}{v} = \frac{z-z_0}{w}$. 根据上述材料, 解决下面的问题: 直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线, 则 l 的一个方向向量是 ()
- A. $(2, 1, 4)$ B. $(1, 3, 5)$
C. $(1, -2, 0)$ D. $(2, 0, -1)$
16. (15 分) 在四边形 $ABDC$ 中 (如图①), $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = CD$, E, F 分别是边 BD, CD 上的点, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 翻折, 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折, 使得点 D 与点 A 重合 (记为点 P), 且平面 $PBC \perp$ 平面 $BCFE$ (如图②).
- (1) 求证: $CF \perp PB$;
(2) 求平面 PEF 的一个法向量.



第2课时 空间中直线、平面的平行

基础巩固

- 已知直线 l_1 的一个方向向量为 $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 3)$, 直线 l_2 的一个方向向量为 $\mathbf{v}_2 = (\lambda, 4, 6)$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $\lambda =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- [2025·北京通州区高二期中] 已知直线 l 的一个方向向量与平面 α 的一个法向量分别为 $\mathbf{a} = (1, 0, -1)$, $\mathbf{u} = (2, -3, 2)$, 则 ()
A. $l \parallel \alpha$
B. $l \perp \alpha$
C. $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$
D. l, α 相交但不垂直
- [2025·贵州九师联盟高二联考] 若两互相平行的平面 α, β 的法向量分别为 $\mathbf{a} = (-1, 2, -2)$, $\mathbf{b} = (2, m, 4)$, 则实数 m 的值为 ()
A. -4 B. 4 C. -2 D. 2
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, PQ 与直线 A_1D 和 AC 都垂直, PQ 不过点 B , 则直线 PQ 与 BD_1 的位置关系是 ()
A. 异面 B. 平行 C. 垂直不相交 D. 垂直且相交
- [2025·达州高二期中] 已知平面 α 的法向量为 $\mathbf{m} = (t, 1, t+1)$. 若 $\forall t \in \mathbf{R}$, 直线 $l \parallel$ 平面 α , 则直线 l 的方向向量可以是 ()
A. $\mathbf{n}_1 = (1, -1, 1)$ B. $\mathbf{n}_2 = (-1, 1, -1)$
C. $\mathbf{n}_3 = (-1, 1, 1)$ D. $\mathbf{n}_4 = (1, 1, -1)$
- (多选题)[2025·朔州怀仁一中高二月考] 若平面 α, β 平行, 则下列可以是这两个平面的法向量的是 ()
A. $\mathbf{n}_1 = (1, 2, 0), \mathbf{n}_2 = (2, 4, 0)$
B. $\mathbf{n}_1 = (1, 2, 2), \mathbf{n}_2 = (-2, 2, 1)$
C. $\mathbf{n}_1 = (1, 0, 1), \mathbf{n}_2 = (-2, 0, -2)$
D. $\mathbf{n}_1 = (0, 1, 0), \mathbf{n}_2 = (0, -1, 0)$
- 已知直线 a, b 的方向向量分别为 $\mathbf{m} = (4, k, k-1)$ 和 $\mathbf{n} = (k, k+3, \frac{3}{2})$, 若 $a \parallel b$, 则 $k =$ _____.
- 如图, 在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = 2A_1B_1$, $DD_1 = 1$, P 为 AB 的中点, 则 D_1P 与平面 BCC_1B_1 的位置关系为 _____.
- (13分) 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $BC = CD = 2$, $AA_1 = 2$, F 是棱 AB 的中点. 试用向量的方法证明: 平面 $AA_1D_1D \parallel$ 平面 FCC_1 .

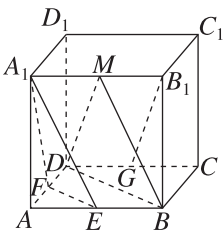


综合提升

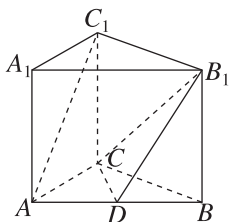
- 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (2, -3, 1)$, $\overrightarrow{AB} = (1, 0, -2)$, $\overrightarrow{AC} = (1, 1, 1)$, 且平面 α 与平面 ABC 不重合, 则 ()
A. 平面 $\alpha \parallel$ 平面 ABC
B. 平面 $\alpha \perp$ 平面 ABC
C. 平面 α 与平面 ABC 相交但不垂直
D. 以上均有可能

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

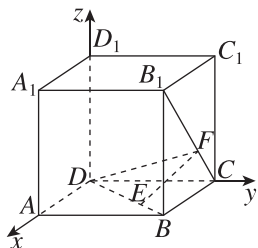
11. (多选题) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, M 均是所在棱的中点, 则下列说法正确的是 ()



- A. $B_1G \parallel DM$
 B. $B_1G \parallel \text{平面 } A_1EF$
 C. 平面 $BDM \parallel \text{平面 } A_1EF$
 D. $B_1G \parallel A_1F$
12. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, $AA_1=4$. 若在棱 AB 上存在点 D , 使得 $AC_1 \parallel \text{平面 } CDB_1$, 则 $\frac{AD}{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

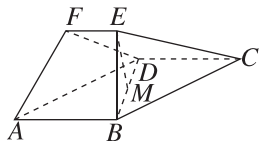


第 12 题图



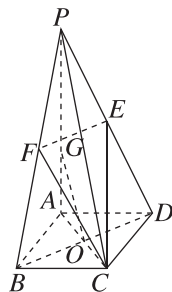
第 13 题图

13. [2025 · 承德高二期中] 如图, 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E 在 BD 上, 且 $BE = \frac{1}{3}BD$, 点 F 在 CB_1 上, 且 $CF = \frac{1}{3}CB_1$, 若平面 ADD_1A_1 上存在一点 G , 平面 $ABCD$ 上存在一点 K , 使得平面 $B_1GK \parallel \text{平面 } DEF$, 则一个满足条件的点 G 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. (15 分) 在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle ABD = 90^\circ$, $EB \perp \text{平面 } ABCD$, $EF \parallel AB$, $AB=2$, $EB=\sqrt{3}$, $EF=1$, $BC=\sqrt{13}$, 且 M 是 BD 的中点. 求证: $EM \parallel \text{平面 } ADF$.



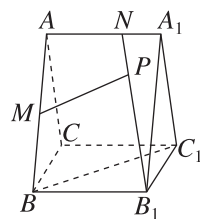
思维探索

15. 《九章算术》是我国古代的数学名著, 书中将底面为矩形, 且有一条侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马. 如图, 在阳马 $P-ABCD$ 中, $PA \perp \text{平面 } ABCD$, 底面 $ABCD$ 是正方形, AC 与 BD 交于点 O , E, F 分别为 PD, PB 的中点, 点 G 满足 $\overrightarrow{AG} = \lambda \overrightarrow{AP}$ ($0 < \lambda < 1$), $PA=4$, $AB=2$, 若 $OG \parallel \text{平面 } CEF$, 则 $\lambda =$ ()



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

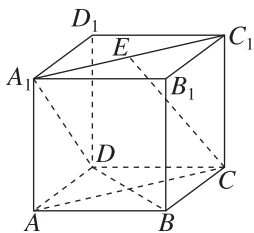
16. (15 分) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=4$, $AA_1=3$, M 是 AB 的中点, N 在 AA_1 上, 且 $AN=2NA_1$, 点 P 在 B_1N 上, 且 $\overrightarrow{B_1P} = \lambda \overrightarrow{B_1N}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$). 是否存在实数 λ , 使得 $MP \parallel BC_1$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



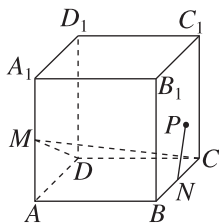
第3课时 空间中直线、平面的垂直

基础巩固

- 已知 $n_1 = (1, x, \sqrt{3})$, $n_2 = (x, 2, -2\sqrt{3})$ 分别是平面 α, β 的法向量, 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $x =$ ()
A. 1 B. 7 C. -2 D. 2
- 已知向量 $a = (4, 4, 5)$, $b = (-7, x, y)$ 分别是直线 l_1, l_2 的方向向量, 若 $l_1 \perp l_2$, 则下列几组解中可能正确的是 ()
A. $x=1, y=3$ B. $x=4, y=3$
C. $x=2, y=4$ D. $x=0, y=2$
- 若直线 l 的一个方向向量为 $a = (2, 2, -2)$, 平面 α 的一个法向量为 $b = (1, 1, -1)$, 则 ()
A. $l \parallel \alpha$ B. $l \perp \alpha$
C. $l \subset \alpha$ D. $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 E 为 A_1C_1 的中点, 则直线 CE 垂直于 ()
A. AC B. BD
C. A_1D D. A_1A



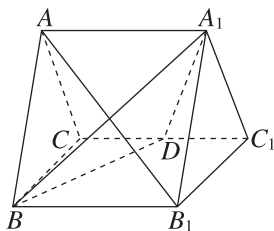
第4题图



第5题图

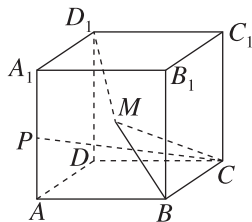
- [2025·重庆育才中学高二月考] 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N 分别为棱 AA_1, BC 的中点, 若点 P 为正方体表面上一点, 且满足 $NP \perp$ 平面 MDC , 则点 P 的轨迹长度为 ()
A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
- (多选题) 下列命题为假命题的是 ()
A. 若直线 l 的一个方向向量 $a = (1, -1, 2)$, 直线 m 的一个方向向量 $b = (1, 1, -\frac{1}{2})$, 则 $l \perp m$
B. 若直线 l 的一个方向向量 $a = (0, 1, -1)$, 平面 α 的一个法向量 $n = (1, -1, -1)$, 则 $l \perp \alpha$
C. 若平面 α, β 的一个法向量分别为 $n_1 = (0, 1, 3)$, $n_2 = (1, 0, 2)$, 则 $\alpha \perp \beta$
D. 若平面 α 经过三点 $A(1, 0, -1), B(0, 1, 0), C(0, 2, 2)$, 向量 $n = (x, y, z) (x, y, z \in \mathbf{R})$ 是平面 α 的法向量, 则 $y + 2z = 0$

- 已知 $a = (0, 1, 1), b = (1, 1, 0), c = (1, 0, 1)$ 分别是平面 α, β, γ 的一个法向量, 则 α, β, γ 三个平面中互相垂直的有 _____ 对.
- [2025·南宁邕宁高级中学高二月考] 已知 $u = (2, a, b) (a, b \in \mathbf{R})$ 是直线 l 的方向向量, $n = (1, 3, 2)$ 是平面 α 的法向量, 如果 $l \perp \alpha$, 那么 $2a + 3b =$ _____.
- (13分) 如图所示, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长均为 2, D 为 CC_1 的中点. 求证: $AB_1 \perp$ 平面 A_1BD .



综合提升

- 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, P 是 AA_1 的中点, 点 M 在侧面 AA_1B_1B 内(含边界), 若 $D_1M \perp CP$, 则 $\triangle BCM$ 面积的最小值为 ()
A. 8 B. 4
C. $8\sqrt{2}$ D. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$



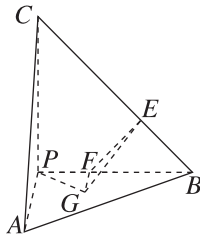
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

11. (多选题)[2025·南通高二期中] 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 M 在线段 BD 上,点 N 在线段 AD_1 上,则 ()
- A. 当 M 为 BD 的中点, N 为 AD_1 的中点时, $MN \perp$ 平面 AB_1C_1D
- B. 当 M 为 BD 的中点时, $MN \perp B_1D$
- C. 当 $MN \parallel$ 平面 CC_1D_1D 时, MN 长度的最小值为 $\frac{2}{3}$
- D. MN 长度的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2BC=2CC_1=2$,以 D 为原点, DA,DC,DD_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴,建立空间直角坐标系.若点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上,且 $DP \perp$ 平面 ACD_1 ,则点 P 的坐标是 _____.

13. [2025·乐山一中高二月考] 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD=AB=AC=5$, $BC=6$, $AP=4$, E 为棱 PB 的中点, F 为棱 PD 上一点,当 $CF \perp AE$ 时, $\frac{PF}{FD}=$ _____.

14. (15分)如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,三条侧棱 PA, PB, PC 两两垂直,且 $PA=PB=PC=3$, G 是 $\triangle PAB$ 的重心, E, F 分别为棱 BC, PB 上的点,且 $BE:EC=PF:FB=1:2$.求证:
- (1)平面 $GEF \perp$ 平面 PBC ;
- (2) EG 与直线 PG 和 BC 都垂直.



思维探索

15. (多选题)[2025·南京高二期中] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$,点 P 满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BC} + \mu \overrightarrow{BB_1}$, $\lambda \in [0,1], \mu \in [0,1]$,则下列说法正确的是 ()
- A. 存在唯一一点 P ,使得过 D_1, B, P 的平面截正方体所得的截面是菱形
- B. 存在唯一一点 P ,使得 $AP \perp$ 平面 B_1D_1C
- C. 存在无穷多个点 P ,使得 $AP \parallel$ 平面 A_1CD
- D. 存在唯一一点 P ,使得 $D_1P \perp BC_1$
16. (15分)[2025·湖北“荆、荆、襄、宜四地七校”考试联盟联考] 如图①,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AB=2BC=4$,点 D, E 分别为边 AC, AB 的中点,将 $\triangle AED$ 沿 DE 折起,使得平面 $AED \perp$ 平面 $BCDE$,如图②.
- (1)求证: $DC \perp AE$.
- (2)在平面 ACD 内是否存在点 M ,使得平面 $AEM \perp$ 平面 ABD ? 若存在,指出点 M 的位置;若不存在,说明理由.

